PART4 領域と最大・最小

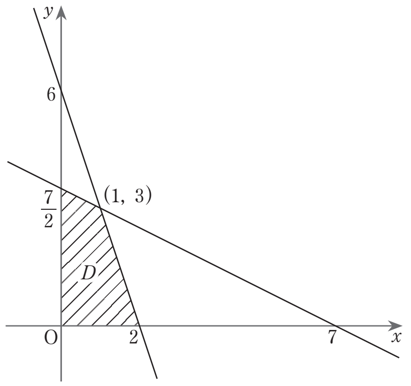
要点① 領域と最大・最小

ここでは，2 つの変数 x，y によって定まる関数(2 変数関数)の最大・最小を，領域を用いて求める。

例 x，y が 4 つの不等式

$$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ x+2y \leqq 7,\ 3x+y \leqq 6$$

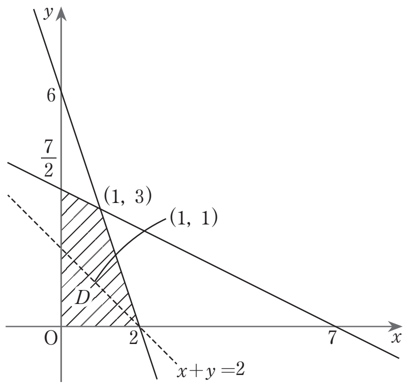
を同時に満たすとき，$x+y$ の最大値，最小値を求める。



与えられた連立不等式の表す領域を D とすると，D は 4 点 $(0,\ 0)$，$(2,\ 0)$，$(1,\ 3)$，$\left(0,\ \dfrac{7}{2}\right)$ を頂点とする四角形の周および内部である。

この領域内に点 $(1,\ 1)$ が存在し，$x=1$，$y=1$ のとき，$x+y=1+1=2$ である。

また，$x+y=2$ となる x，y の集合は，この式を満たす点の軌跡，すなわち　　$x+y=2$ であり，$(1,\ 1)$ はこの直線上かつ領域 D に属する点の 1 つである。



ここで

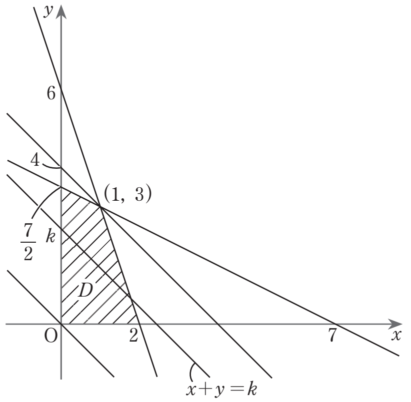
$$x+y \qquad \cdots\cdots ①$$

とおき，　①が領域 D と　　　　　ような　の値の最大値と最小値を求める。

①より $y=-x+k$ であるから，①は傾きが　，y 切片が　の直線を表す。

図より，k が最大になるのは直線①が点　　を通るときで，このとき $k=1+3=4$

k が最小になるのは直線①が点　　　を通るときで，このとき $k=0+0=0$



　したがって，$x+y$ は

　　$x=1$，$y=3$ のとき　最大値 4

　　$x=0$，$y=0$ のとき　最小値 0

をとる。

4 x，y が 4 つの不等式

$$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ x+2y \leqq 6,\ 5x+2y \leqq 14$$

を同時に満たすとき，$x+y$ の最大値，最小値を求めよ。

Point Pickup

領域と最大・最小

① 条件として与えられた不等式(連立不等式)の表す領域を図示する。

② 最大値，最小値を求めたい式を「$=k$」とおく。

③ ②の表す図形が，①の領域と共有点をもつときの k の最大値，最小値を求める。

第 7 講　PART4 確認問題

1　x，y が 4 つの不等式

$$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ x+2y \leqq 8,\ 3x+2y \leqq 12$$

を同時に満たすとき，$x+y$ の最大値，最小値を求めよ。

$x=$ ［ア］，$y=$ ［イ］ のとき　最大値 ［ウ］

$x=$ ［エ］，$y=$ ［オ］ のとき　最小値 ［カ］

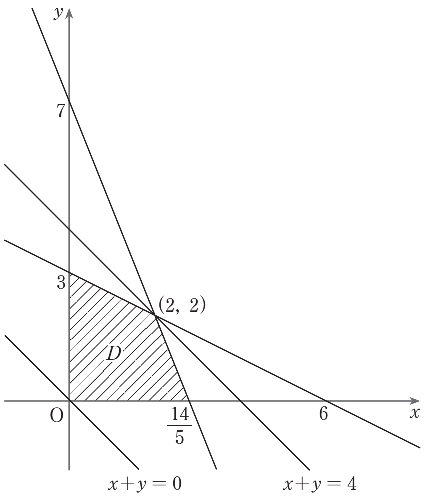
PART4 領域と最大・最小

4 x，y が 4 つの不等式

$$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ x+2y \leqq 6,\ 5x+2y \leqq 14$$

を同時に満たすとき，$x+y$ の最大値，最小値を求めよ。

[解答]



与えられた連立不等式の表す領域を D とすると，

D は 4 点 $(0,\ 0)$，$\left(\dfrac{14}{5},\ 0\right)$，$(2,\ 2)$，$(0,\ 3)$ を

頂点とする四角形の周および内部である。

$x+y=k$ …… ①

とおくと，$y=-x+k$ より，①は傾きが -1，

切片が k の直線である。

この直線が領域 D と共有点をもつような k の値の

最大値と最小値を求める。

図より，k の値が最大になるのは直線①が点 $(2,\ 2)$

を通るときであり，最小になるのは直線①が点 $(0,\ 0)$

を通るときである。

したがって，$x+y$ は

$x=2$，$y=2$ のとき　最大値 4

$x=0$，$y=0$ のとき　最小値 0

をとる。

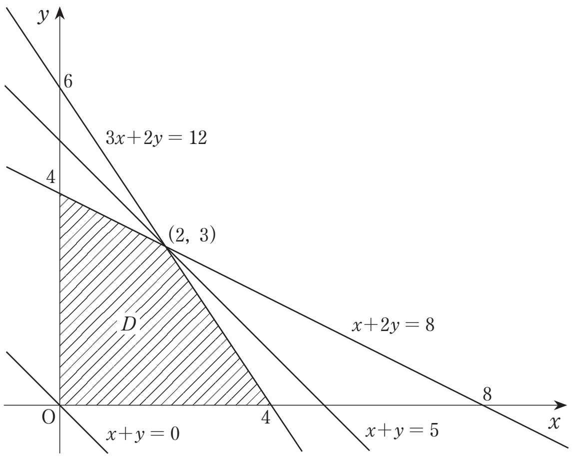
第 7 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：3，ウ：5，エ：0，オ：0，カ：0

[解説]

与えられた連立不等式の表す領域を D とすると，D は4点 $(0,\ 0)$，$(4,\ 0)$，$(2,\ 3)$，$(0,\ 4)$ を頂点とする四角形の周および内部である。 [A]



ここで

$x+y=k$　……①　[A]

とおくと，$y=-x+k$ より，①は傾きが -1，y 切片が k の直線である。

この直線が領域 D と共有点をもつような k の値の最大値と最小値を求める。

図より，k の値が最大になるのは直線①が点 $(2,\ 3)$ を通るときであり，最小になるのは直線①が点 $(0,\ 0)$ を通るときである。 [B]

したがって，$x+y$ は

$x=2$，$y=3$ のとき　最大値 5 [A]

$x=0$，$y=0$ のとき　最小値 0

をとる。

[A]　領域と最大・最小
① 条件として与えられた不等式（連立不等式）の表す領域を図示する。
② 最大値，最小値を求めたい式を「$=k$」とおく。
③ ②の表す図形が，①の領域と共有点をもつときの k の最大値，最小値を求める。

[B]　直線 $y=-x+k$ の y 切片が最大または最小となるときの，直線が通る点を求める。